

Fach	<b><u>Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Hochschuleignung</u></b>	M-OK und externe Bewerber
Mathematik	<b><u>Musterklausur</u></b>	

Von den vier Aufgabenvorschlägen sind **drei** vollständig zu bearbeiten.  
Alle wesentlichen Rechenschritte sind durch kurze Texte zu erläutern.

**Bearbeitungszeit** : 240 Minuten

**Erlaubte Hilfsmittel**: Formelsammlung, Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig)

### Vorschlag 1: (Flächenberechnung)

Gegeben seien die Funktionen  $f$  mit  $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + \frac{27}{2}x$  und  $g$  mit  $g(x) = -2x^3 + \frac{9}{2}x^2$ .

- Erstellen Sie eine Wertetabelle von  $f$  und  $g$  für alle ganzzahligen Werte im Bereich  $-2 \leq x \leq 3$
- Berechnen Sie die Schnittpunkte von  $f$  und  $g$ .
- Fertigen Sie eine Zeichnung der Graphen von  $f$  und  $g$  unter Verwendung der Punkte aus Teil a) und b) ( $x$ -Achse: **1 Einheit  $\cong$  2cm**;  $y$ -Achse: **5 Einheiten  $\cong$  1cm**) auf Millimeterpapier an und schraffieren Sie die Flächenstücke, die von beiden Graphen umschlossen werden.
- Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche.
- Das rechte der Flächenstücke wird durch die Gerade  $h$ , die durch die beiden rechten Schnittpunkte geht, in zwei Teilflächen zerlegt:
  - Zeichnen Sie die Gerade in die Zeichnung aus Teil c) ein und markieren Sie die Teilflächen.
  - Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden  $h$ .
  - Berechnen Sie das Verhältnis der Inhalte der beiden Teilflächen.

### Vorschlag 2: (Rekonstruktion einer Funktionsgleichung aus vorgegebenen Eigenschaften)

- Eine ganzrationale Funktion  $f$  vierten Grades, deren Graph die  $y$ -Achse bei  $\frac{20}{3}$  schneidet, besitzt die Wendestelle  $x = 3$ . Die Steigung von  $f$  an der Stelle  $x = -2$  ist gleich  $-12$ . Die kleinste positive Nullstelle von  $f$  ist  $x = 2$ . Der Inhalt  $A$  der Fläche, die der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse im ersten Quadranten über dem Intervall  $[0;2]$  einschließt, beträgt  $\frac{212}{15}$ . Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion  $f$ .
- Bestimmen Sie alle Wendetangenten von  $f$ .

### Vorschlag 3: (Gebrochen-rationale Funktionen)

Gegeben sei die Funktionenschar  $f_a(x) = \frac{x^3 - a}{(x - 3)^2}$  ;  $a \in \mathbf{R}$ :

- a) Für welchen Wert von  $a > 0$  besitzt  $f_a$  die relative Extremalstelle  $x = 2$  ?
- b) Führen Sie für  $f_{14}$  ( $a = 14$ ) eine Kurvendiskussion durch:
  - I) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und das Verhalten bei den Definitionslücken.
  - II) Bestimmen Sie das Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$  .
  - III) Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen, Extremal- und Wendepunkte.
  - IV) Berechnen Sie die Funktionswerte an den Stellen  $x = -10; -5; 0; +6; +15$ .
- c) Zeichnen Sie die Graphen von  $f_{14}$  und seine Asymptoten mit Hilfe der Ergebnisse aus b) in ein Koordinatensystem auf Millimeterpapier.  
Maßstab: x-Achse: **2 Einheiten  $\cong$  1 cm** und y-Achse: **4 Einheiten  $\cong$  1 cm**.

### Vorschlag 4: (Extremwertproblem)

Ein Zelt hat die Form eines Zylinders mit aufgesetztem Kegel.

- a) Die Höhe  $H$  des Zylinders beträgt 3m und die Länge der Mantellinie  $s$  des Kegels ist 4m . Bei welchem Radius ist das Volumen des Zeltes maximal. Wie groß ist dieses maximale Volumen? Wie hoch ist das Zelt bei diesem Radius? Fertigen Sie eine beschriftete Skizze (Querschnitt) des Sachverhalts an. (**Hinweis:** Verwenden Sie die Höhe des Kegels als Variable der Zielfunktion.)
- b) Wie groß ist das maximale Volumen des Zeltes und der zugehörige Radius bzw. die zugehörige Höhe, wenn  $s$  dreimal so groß ist wie  $H$  ?